

REALISE POUR : RMS

REDIGE PAR : X.SITKA

VERIFIE PAR : P. GRIVELET

**LOGICIEL SIGNALLAB, MODULE
STOCHASTIQUE: MANUEL UTILISATEUR**

Note N°09-1554

du 9/12/2009

Indice B (passage de la version projet à la version définitive)

SOMMAIRE

1. OBJET DU DOCUMENT.....	3
1.1 Généralités	3
1.2 Transformations et opérations.....	4
2. LANCEMENT DU MODULE.....	5
2.1 A partir de SignalLab	5
2.2 Les différents menus	6
2.2.1 La barre de bouton supérieure.....	6
2.2.2 La barre latérale gauche.....	7
2.2.3 Les palettes de composants.....	7
3. INTERACTION AVEC LES COMPOSANTS.....	8
4. DESCRIPTION DES PALETTES	9
4.1 La palette sources.....	9
4.1.1 Générateur en mode manuel	9
4.1.2 Générateur en mode automatique ou manuel	12
4.2 La palette : Opérations.....	15
4.3 La palette : Puits.....	16
5. TRAITEMENTS SOUS SIGNALLAB.....	17
6. MISE EN GARDE ET FAUX AMIS	18

1. OBJET DU DOCUMENT

1.1 Généralités

L'objectif du module « stochastique » est de réaliser des calculs de distributions de variables aléatoires propagées dans un graphe de transformations.

Un graphe de transformations est un graphe acyclique dont les nœuds sont des sources, des opérateurs et des puits.

Une source est un nœud comportant une seule sortie et qui produit à l'exécution du graphe une loi de distribution, sous une forme échantillonnée. Si $p(X)$ est la loi de distribution de la v.a. X , alors sa représentation échantillonnée est formée par le vecteur $p(X=x_i)$ avec $x_i = x_0 + iD$ ou D est appelé « pas d'échantillonnage ». Dans la version actuelle seules les distributions continues sont gérées, mais les distributions discrètes seront prises en compte ultérieurement.

Un opérateur est un nœud représentant une transformation opérant sur une ou plusieurs v.a et produisant une distribution résultante. Un opérateur a au minimum une entrée et au maximum une sortie.

Un puits est un nœud représentant une utilisation terminale d'une distribution, par exemple l'affichage de la distribution sur un graphique ou le calcul d'une probabilité. Un puits est un nœud qui ne comporte aucune sortie et au moins une entrée.

Les sources, opérateurs et puits sont désignés par le terme générique de « composants ».

Les arcs de ce graphe sont orientés et connectent des sorties de composants vers les entrées d'autres composants.

Les transformations implémentées dans ce module présupposent l'indépendance des variables aléatoires concernées. Par conséquent une transformation sur deux variables X_1 et X_2 suppose que X_1 et X_2 sont mutuellement indépendantes.

Dans les versions ultérieures de cet outil logiciel, des transformations faisant intervenir des variables corrélées seront ajoutées, en particulier des transformations polynômiales.

1.2 Transformations et opérations

Pour l'instant, la liste des transformations possibles est la suivante:

-
- addition de deux v.a
- multiplication de deux v.a
- division de deux v.a
- inverse d'une v.a
- changement de signe d'une v.a
- puissance d'une v.a
- fonction affine d'une v.a
- logarithme d'une v.a
- exponentielle d'une v.a
- mélange de deux v.a
- médiane de trois v.a
- saturation haute d'une v.a
- saturation basse d'une v.a
-

Le module stochastique possède une IHM de saisie « tableau blanc » permettant de spécifier un graphe de transformation par glissé-déposé à la souris des composants issus des trois palettes sources, transformations et puits.

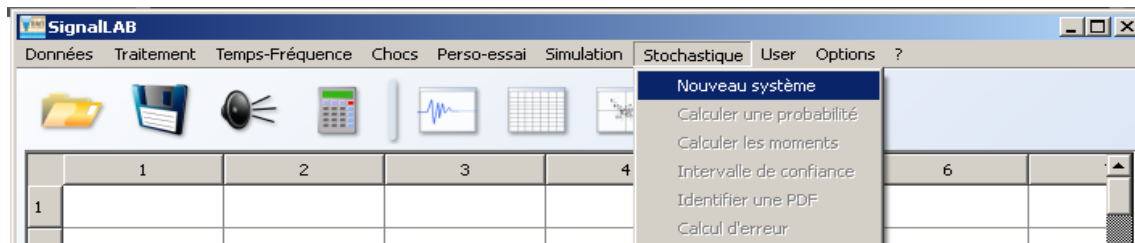
Le module permet également d'effectuer des opérations complémentaires sur les distributions via le menu « stochastique » de signalLAB:

- calculer une probabilité
- calculer les moments de distributions
- calculer un intervalle de confiance
- identifier une distribution inconnue
- calculer une distance de chi2 entre deux distributions

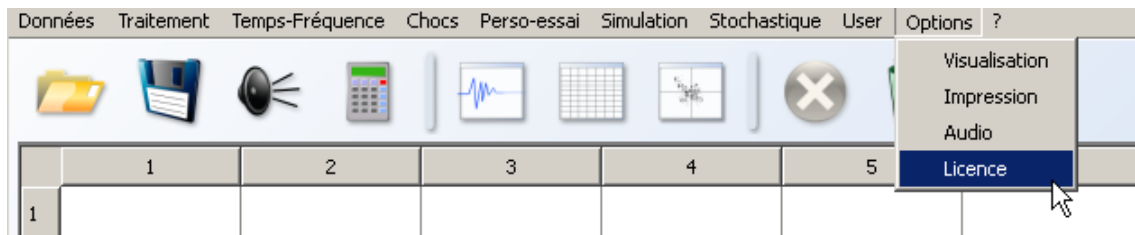
2. LANCEMENT DU MODULE

2.1 A partir de SignalLab

Une fois le logiciel SignalLab en exécution, le module stochastique est accessible depuis le menu *stochastique*.

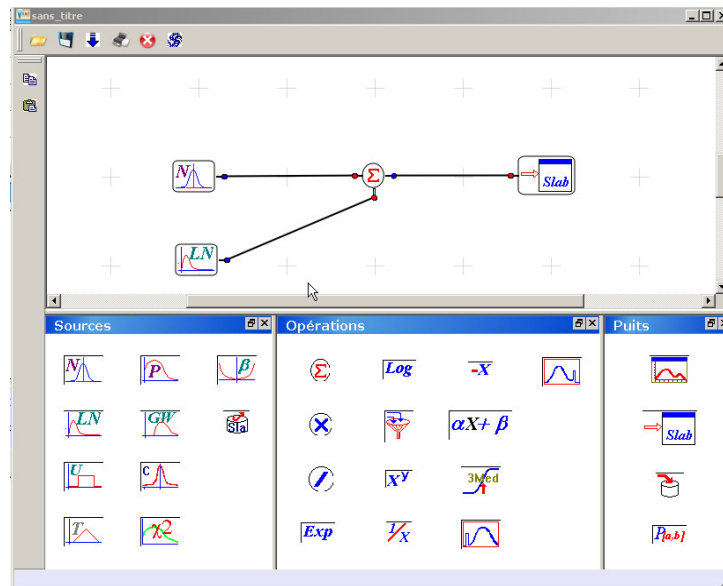


Si le menu stochastique est grisé le lancement du module est alors impossible ; Dans ce cas vérifier que la librairie est bien incluse dans la licence. Pour cela, ouvrir le menu *option* puis *licence* et cocher la case stochastique.



2.2 Les différents menus

L'item « nouveau système » du menu donne accès à un « tableau blanc » permettant de spécifier une propagation de variables aléatoires sous forme d'un graphe enchainant des composants. Cette interface « tableau blanc » se présente sous la forme suivante :



2.2.1 La barre de bouton supérieure

La barre de bouton supérieure comprend les boutons suivant :



Permet d'ouvrir un fichier simulation au format .PSF



Permet d'enregistrer une simulation au format .PSF



Permet d'exécuter la simulation.



Impression de la simulation créée.




Arrêt de l'exécution en cours.




Galaxy : Bouton à utilisation réservée

2.2.2 La barre latérale gauche

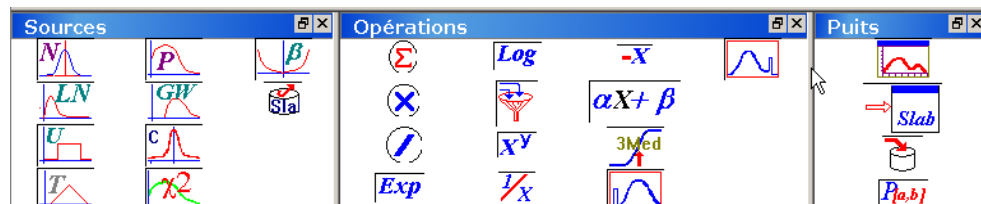
Le menu latéral gauche comprend les deux icônes suivantes :

 Permet de copier un élément une fois sélectionné.

 Permet de coller un élément.

2.2.3 Les palettes de composants

Il y a trois palettes



- Les sources, sont les fonctions qui permettent de générer différentes densités de probabilités et de lire un fichier
- Les opérations, sont des fonctions qui permettent de transformer les densités de probabilités par diverses opérations.
- Les puits, fonctions qui permettent d'afficher les densités, de les exporter sous le workspace de SignalLab et d'autres opérations.

3. INTERACTION AVEC LES COMPOSANTS

Pour placer un composant sur le graphe sélectionner le, en cliquant dessus, puis faite le glisser sur le graphe.

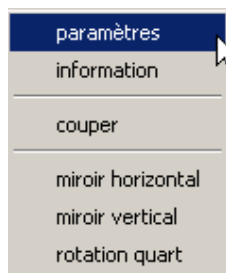
Les composants possèdent des pattes bleues pour les sorties ou des pattes rouges pour les entrées.

Pour dé-câbler deux composants il faut sélectionner la liaison puis faire un clic droit et couper.

Il est possible de sélectionner plusieurs composants en maintenant la touche *ctrl* enfoncée. De cette manière plusieurs composants peuvent être déplacés, supprimés ou copiés-collés en même temps.

Pour sélectionner l'ensemble des composants sur le graphe utiliser la combinaison *ctrl+a*

Lorsqu'un composant est inséré dans le graphe, en effectuant un clic droit sur une icône le menu suivant apparaît :



Les actions de *miroir horizontal*, *miroir vertical* et *rotation quart* permettent d'organiser les icônes de manière à rendre le graphique de simulation plus lisible.

L'action *couper* permet de couper l'icône, pour la coller il faut utiliser l'icône du menu de gauche, la combinaison *Ctrl+v* ne fonctionne pas ici. De la même manière le raccourci *ctrl+c* ne fonctionne pas ;s

De manière générale le menu *Information* renseigne sur le nom du composant, son type, son modèle ainsi que le nombre de sortie et/ou d'entrée quelle possède.

Le menu paramètre donne accès à un dialogue de saisie des paramètres propre au composant.

4. DESCRIPTION DES PALETTES

4.1 La palette sources

Nous allons maintenant voir en détail les différents composants qui constituent la catégorie sources.

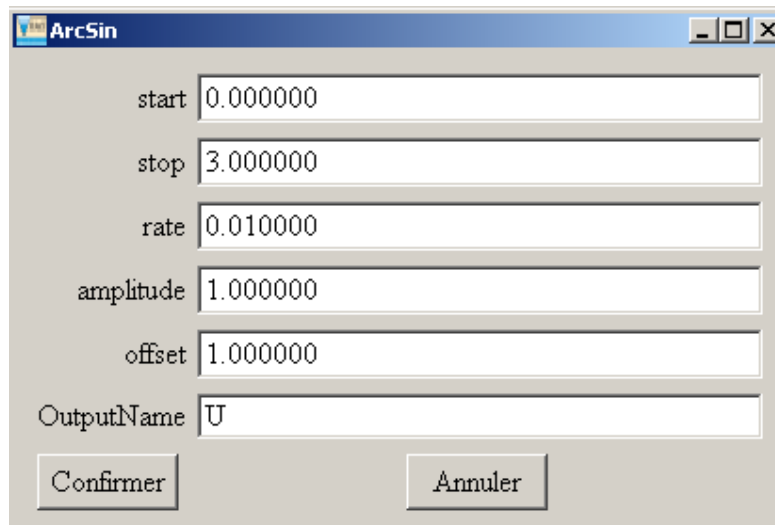
Dans le cas des sources le menu *paramètres* se présente de deux manières différentes : mode manuel aux limites seulement modes manuel ou mode automatique au limites.

Nous allons donc distinguer les générateurs de distribution présentant les modes automatique des générateurs présentant seulement le mode manuel.

4.1.1 Générateur en mode manuel

Ces générateurs présentent un menu paramètres comme ci-dessous, c'est à dire avec un *start* étant le début du signal, un *stop* étant la fin du signal et un *rate* étant la période d'échantillonnage.

Les autres paramètres sont spécifiques à la densité probabilité choisie et seront décrit ci-après.



The image shows a software dialog box titled "ArcSin". It contains several input fields for parameters: "start" (0.000000), "stop" (3.000000), "rate" (0.010000), "amplitude" (1.000000), "offset" (1.000000), and "OutputName" (U). At the bottom, there are two buttons: "Confirmer" and "Annuler".

Parameter	Value
start	0.000000
stop	3.000000
rate	0.010000
amplitude	1.000000
offset	1.000000
OutputName	U

Loi Uniforme :



La densité de probabilité de loi uniforme est :

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } x \in [a; b] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

L'espérance de cette densité est :

$$E(X) = \frac{a + b}{2}$$

La variance de cette densité est :

$$V(X) = \frac{(b - a)^2}{12}$$

Le support est :

$$a \leq x \leq b$$

Les paramètres doivent respecter :

$$a, b \in (-\infty, \infty)$$

Dans le menu de paramètres b correspond à *sup* et a à *inf*.

Loi en U :



La densité de probabilité de la loi en U est :

$$f_X(x) = \frac{1}{\pi \cdot a} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{x-b}{a}\right)^2}}$$

Dans le menu paramètres a correspond à l'amplitude et b correspond à l'offset.

L'espérance de cette densité est :

$$E(x) = b$$

La variance centrée de cette densité est :

$$VAR(x) = \frac{a^2}{2}$$

Le support est :

$$b - a < x < b + a$$

Loi de Cauchy



La densité de probabilité de la loi de Cauchy est :

$$f(x; x_0, a) = \frac{1}{\pi a \left[1 + \left(\frac{x-x_0}{a} \right)^2 \right]}$$
$$= \frac{1}{\pi} \left[\frac{a}{(x - x_0)^2 + a^2} \right]$$

a étant le paramètre d'échelle et x_0 le paramètre de location.

Les moments ne sont pas définis pour cette distribution.

Le support est :

$$x \in (-\infty; +\infty)$$

Les paramètres doivent respecter :

$$a > 0$$

Loi du Chi2



La densité de probabilité de la loi du chi2 est :

$$f_X(t) = \frac{1}{2^{\frac{k}{2}} \Gamma(\frac{k}{2})} t^{\frac{k}{2}-1} e^{-\frac{t}{2}}$$

pour tout $t > 0$

Et où Γ est la fonction Gamma et k le nombre de degrés de liberté.

L'espérance de cette densité est :

$$E = k$$

La variance de cette densité est :

$$\text{VAR} = 2k$$

Le support est :

$$x \in [0; +\infty)$$

Le paramètre k doit respecter :

$$k > 0$$

Loi en triangle :



Le paramètre Sup représente la limite supérieure de la base du triangle.

Le paramètre Inf représente la limite inférieure de la base du triangle.

L'espérance de cette densité est $E(x) = (\text{Sup}-\text{Inf})/2$

4.1.2 Générateur en mode automatique ou manuel


Ces générateurs présentent un menu paramètres comme ci-dessous. L'utilisateur peut choisir entre un mode limites en modes auto, ou limites en mode manuel. Par défaut les limites sont en mode automatique.

En mode automatique les débuts, fins et période d'échantillonnage de la densité de probabilité sont gérés de manière automatique et optimale en fonction de la *précision* demandée réglée par défaut à 10^{-3} .

Cette précision correspond au calcul d'une intégrale sur la densité échantillonnée (probabilité). Ainsi, une précision de 10^{-3} implique que la probabilité perdue dans les queues de distribution en dehors des limites choisies ne doit pas dépasser 10^{-3} .

En mode manuel l'utilisateur doit renseigner ces différents champs.

A screenshot of a software dialog box titled 'paramètres'. The dialog has a light gray background and standard window controls (minimize, maximize, close) in the top right corner. It is divided into several sections. The first section is 'limites en mode auto' with a radio button selected. Below it is a 'precision' field containing '0.001000'. The second section is 'limites en mode manuel' with a radio button unselected. It contains three fields: 'start' with '-5.000000', 'stop' with '5.000000', and 'rate' with '0.010000'. Below these is an 'OutputName' field containing 'Normale'. The third section is 'paramètres de la distribution normale' with two fields: 'mu' containing '0.000000' and 'sigma' containing '1.000000'. At the bottom are two buttons: 'Confirmer' and 'Annuler'.

Loi Normale : 

La densité de distribution de la loi Normale est :

$$f_X(x) = (2\pi\sigma_X^2)^{-1/2} \cdot \exp\left(-\frac{(x - m_X)^2}{2\sigma_X^2}\right)$$

L'espérance est :

$$E(X) = m_X$$

La variance est :

$$V(X) = \sigma_X^2$$

Le support est :

$$x \in] - \infty; +\infty[$$

Les paramètres doivent respecter :

$$\sigma_X > 0 \text{ et } m_X \in] - \infty; +\infty[$$

Loi Log-Normale : 

La densité de distribution de la loi Log-Normale est :

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{e^{-(\ln x - \mu)^2 / (2\sigma^2)}}{x\sigma\sqrt{2\pi}}$$

L'espérance est :

$$E(X) = e^{\mu + \sigma^2/2}$$

La variance est :

$$\text{Var}(X) = (e^{\sigma^2} - 1)e^{2\mu + \sigma^2}$$

Le support est :

$$x \in [0; +\infty)$$

Les paramètres doivent respecter

$$\begin{aligned} -\infty < \mu < \infty \\ \sigma > 0 \end{aligned}$$

Loi de Poisson : 

La densité de distribution de la loi de Poisson est :

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} \exp(-\lambda) \quad k \in \mathbb{N}, \lambda \in \mathbb{R}_+^*$$

L'espérance est :

$$E(X) = \lambda$$


La variance est :

$$V(X) = \lambda$$

Le support est :

Le paramètre doit respecter

$$\lambda \in [0, \infty)$$

Loi de Weibull 

La densité de distribution de la loi de Weibull est :

$$f(x; k, \lambda, \theta) = \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x - \theta}{\lambda} \right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x-\theta}{\lambda}\right)^k}$$

Où k est le paramètre de forme, λ est le paramètre d'échelle et θ est le paramètre de localisation.

L'espérance est :

$$\mu = \lambda \Gamma \left(1 + \frac{1}{k} \right)$$

La variance est :

$$\sigma^2 = \lambda^2 \Gamma \left(1 + \frac{2}{k} \right) - \mu^2$$

Le support est :

$$x \in [0; +\infty)$$


Le paramètre doit respecter


$$\begin{aligned} \lambda &> 0 \\ k &> 0 \end{aligned}$$


4.2 La palette : Opérations


Cette palette regroupe des composants qui permettent de transformer des densités de probabilités.


Nous retrouvons l'opérateur addition: .


L'opérateur , qui effectue la multiplication entre deux densités de probabilités avec une condition sur la précision.


L'opérateur , qui effectue la division entre deux densités de probabilités avec une condition sur la précision.

L'opérateur , qui calcul l'inverse d'une densité de probabilités avec une condition sur la précision.

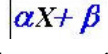
L'opérateur , qui calcul l'opposé d'une densité de probabilités avec une condition sur la précision.


L'opérateur , qui calcul l'exponentielle d'une densité de probabilités avec une condition sur la précision.



L'opérateur , qui calcul le logarithme d'une densité de probabilités avec une condition sur la précision.


L'opérateur , qui calcul la puissance d'une densité de probabilités avec une condition sur la précision.

Par défaut la précision des opérateurs décrit ci-dessus vaut 10^{-3} , ce paramètre est accessible en effectuant un clic droit sur le composant puis en sélectionnant paramètres.

L'opérateur  permet de transformer linéairement une densité de probabilité. Les paramètres de cet opérateur sont α et β .

L'opérateur  permet d'effectuer un mélange de deux densités de probabilités, c'est-à-dire d'effectuer un mélange avec deux coefficients de pondérations : poids1 et poids2.


Les opérateurs  et  permettent de simuler une saturation basse et haute. Les paramètres sont la localisation des saturations.

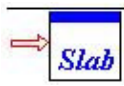
L'opérateur  permet de calculer la médiane pour distributions différentes.


4.3 La palette : Puits

Cette palette regroupe les composants qui permettent d'afficher, de sauvegarder, d'exporter ou de calculer une probabilité.

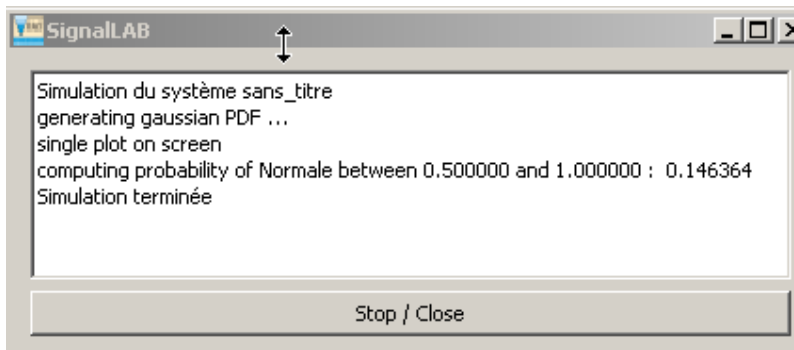
Le composant  permet d'afficher les densités de probabilité calculées.

Le composant  permet de sauvegarder la densité de probabilité calculée. Le paramètre de ce composant est l'adresse de sauvegarde de la densité de probabilité. Attention à ne pas oublier l'extension de fichier .sig.

Le composant  permet d'exporter la densité de probabilité calculée vers le workspace de SignalLab.

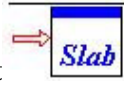
Le composant  permet de calculer une probabilité dans un intervalle [a,b]. Les bornes de cet intervalle sont accessibles dans les paramètres de ce composant. Si la case *compute all* est cochée, le calcul de probabilité est effectué entre le *start* et le *stop* du signal.

Une fois la probabilité calculée celle-ci est affichée, avec le rappel du nom de la source et de l'intervalle, dans la fenêtre d'exécution :

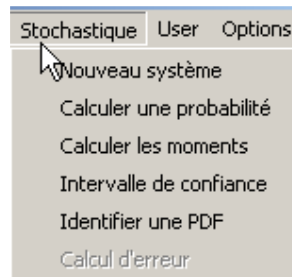



5. TRAITEMENTS SOUS SIGNALLAB

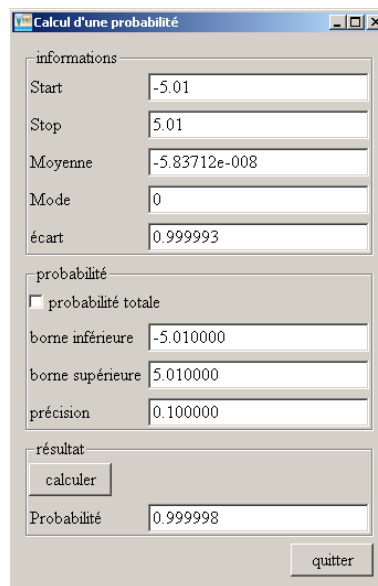
Une fois la densité de probabilité exportée sous le workspace SignalLab par le biais du

composant , un objet du nom de la densité de probabilité apparaît en rouge. Pour sauvegarder cet objet il faut cliquer sur la disquette du menu principal ou cliquer sur *Données* puis *enregistrer* ou *enregistrer sous*. Une fois l'objet enregistré celui-ci apparaît en gris.

Une fois l'objet sélectionné il est possible d'effectuer les traitements présents dans le menu stochastique.



Calculer une probabilité exécute le même traitement que le composant , sauf que dans ce cas le calcul de l'intégrale totale s'appelle *probabilité totale* et non plus *compute all*.



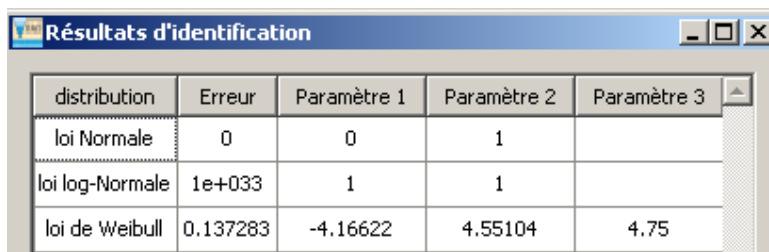
Calculer les moments permet de déterminer le nombre de modes présents dans la densité de probabilité, la moyenne, l'écart-type, le skew ainsi que le kurtosis. Le résultat est un nouvel objet, nommé *Moment* :

Distribution	mode	moyenne	ecart	skew	kurtosis
Normale	0	-5.83712e-008	0.999993	-1.64113e-006	-0.000311975

Intervalle de confiance permet de calculer les bornes d'un intervalle à partir d'une probabilité. Le résultat est un nouvel objet, nommé *Intervalles de confiance* :

distribution	borne inférieure	borne supérieure
Normale	-0.675	0.675

Identifier une PDF permet d'identifier une densité de probabilité par rapport aux distributions suivantes : normale, log-normale et Weibull. Si les trois distributions sont choisies, trois nouveaux objets apparaîtront ainsi que le *résultat d'identification*.



distribution	Erreur	Paramètre 1	Paramètre 2	Paramètre 3
loi Normale	0	0	1	
loi log-Normale	1e+033	1	1	
loi de Weibull	0.137283	-4.16622	4.55104	4.75

L'objet *résultats d'identification* présente l'erreur quadratique entre la distribution estimée et la distribution à estimer. Ensuite cet objet présente l'estimation des différents paramètres des distributions estimées.

Calcul d'Erreur permet de calculer une distance du chi2 entre deux distributions. Un nouvel objet *Err* est créé, ce nouvel objet est une densité de probabilité.

6. MISE EN GARDE ET FAUX AMIS

Attention aux faux-amis et autres mises en garde :

Faux ami 1:

On ne peut additionner, multiplier ou diviser une distribution par elle-même, même si cette opération est fonctionnellement possible. Ainsi $X * X$ (une même source branchée sur les deux entrées du composant multiplication) effectuera en fait le calcul $X * Y$, avec X et Y étant deux v.a indépendantes de même distributions. Pour plus de clarté il convient donc de disposer sur le graphe deux composants source distincts, même si ils ont la même distribution. Et bien entendu, $X * X$ doit être en fait calculé par X^y avec $y=2$.

Faux ami 2:

Lorsque l'on utilise une distribution comportant des discontinuités, comme par exemple la distribution uniforme, il convient de l'échantillonner aussi finement que toute autre distribution présente dans le graphe pour éviter le phénomène de Gibbs. Cette limitation sera levée dans les versions ultérieures de l'outil.

Faux-ami 3:

Même si il est possible de donner une approximation échantillonnée d'une distribution discrète, il ne faut pas charger une telle distribution dans un graphe sous peine d'obtenir des résultats erronés (phénomène de Gibbs).

Mise en garde 1:

La lecture d'une distribution à partir d'un fichier ne fait aucune vérification des données (positivité et intégrale égale à 1).

Mise en garde 2:

Le paramètre « précision » de chaque composant doit être manipulé avec précaution. En particulier, la précision ne doit être augmentée (diminution de l'erreur tolérée) que de manière cohérente avec les objectifs du calcul. La charge de calcul et les ressources mémoire nécessaires augmentent rapidement avec ce paramètre.